

Croissance et fluctuations

Séance 3. Croissance endogène

Grégory Levieuge

Master 2 EIPMC

Année universitaire 2026-2027



Où nous en sommes

- La séance 2 a construit un modèle de **croissance exogène** :
 - si l'efficacité du travail A est constante, le revenu par tête se stabilise, parce que chaque unité de capital nouvelle produit moins que les précédentes ;
 - si A croît au taux g , le revenu par tête croît au taux g . Or g a été posé hors du modèle : c'est en ce sens que la croissance est dite « exogène ».
- La croissance de A , c'est ce qu'on appelle le **progrès technique** : ce que chaque travailleur sait faire progresser, et le même travail produit davantage.
- On a vu que l'essentiel de la croissance et des écarts de revenu entre pays tient à cette efficacité, et non au capital.
- Une croissance est dite **endogène** quand son taux est expliqué dans le modèle, par des décisions prises dans l'économie (épargner, chercher, innover).

La question de la séance : d'où vient la croissance de A , et quelles décisions en déterminent le rythme ?

Plan de la séance

1. Quand tous les facteurs s'accumulent : le modèle AK
2. Les idées et la variété des produits
3. La destruction créatrice
4. Des idées plus difficiles à trouver
5. L'intelligence artificielle et la production d'idées

Plan de la séance

1. Quand tous les facteurs s'accumulent : le modèle AK
2. Les idées et la variété des produits
3. La destruction créatrice
4. Des idées plus difficiles à trouver
5. L'intelligence artificielle et la production d'idées

Ce qui arrête la croissance dans le modèle de Solow

On part de l'équation fondamentale de la séance 2, avec A constant, que l'on divise par k ($s = 0,20$, $n = 1 \%$, $\delta = 6 \%$ et $\alpha = 1/3$) :

$$(1 + n) \frac{\Delta k}{k} = s \frac{f(k)}{k} - (n + \delta), \quad \frac{y}{k} = \frac{f(k)}{k} = \frac{A k^\alpha}{k} = \frac{A}{k^{1-\alpha}}.$$

- y/k est la **production par unité de capital**. Comme $1 - \alpha > 0$, elle baisse quand k monte. Avec $A = 1$, elle vaut $y/k = k^{-2/3}$: c'est le cas du tableau.

k	$y/k = k^{-2/3}$	$s y/k$	$s y/k - (n + \delta) = (1 + n) \Delta k/k$
1	1,00	0,200	$0,200 - 0,07 = 0,130$
2	0,63	0,126	$0,126 - 0,07 = 0,056$
$4,83 = k^*$	0,35	0,070	$0,070 - 0,07 = 0$

La croissance s'éteint parce que la production par unité de capital baisse à mesure que le capital s'accumule : ce sont les rendements décroissants.

D'où viennent les rendements décroissants ?

- Chez Malthus (séance 1), la terre est fixe : plus de travailleurs sur la même terre, et chacun produit moins. Chez Solow (séance 2), le travail ne s'accumule pas : plus de machines pour le même travailleur, et chacune produit moins que la précédente.
- Dans les deux cas, les rendements décroissants viennent d'un **facteur qui ne s'accumule pas**.
- Or la qualification du travail, le capital humain H , s'accumule aussi (séance 2). Supposons que la production dépende de la qualification des travailleurs (pas de leur nombre), et que H soit proportionnel au capital physique, $H = \theta K$:

$$Y = K^\alpha H^{1-\alpha} = K^\alpha (\theta K)^{1-\alpha} = \theta^{1-\alpha} K \equiv AK.$$

C'est le modèle AK : quand tous les facteurs s'accumulent, doubler K et H double la production (réplication). Ici, $A = \theta^{1-\alpha}$ est la **production par unité de capital**, et non plus l'efficacité du travail de la séance 2.

Le modèle AK

- Avec $Y = AK$, la production par unité de capital est constante :

$$y = \frac{Y}{L} = A \frac{K}{L} = A k, \quad \frac{y}{k} = A.$$

- On reporte $f(k) = Ak$ dans l'équation fondamentale de la séance 2, puis on divise par k :

$$(1 + n) \Delta k = s f(k) - (n + \delta) k = s A k - (n + \delta) k,$$

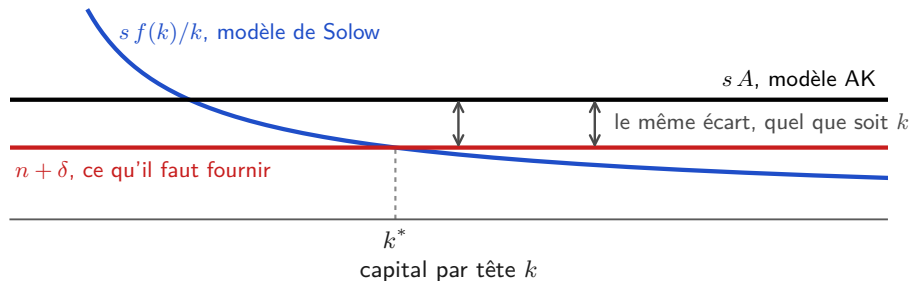
$$\text{donc} \quad \frac{\Delta k}{k} = \frac{s A - (n + \delta)}{1 + n}.$$

Résultat : le taux de croissance du capital par tête ne dépend plus de k . Il ne baisse plus à mesure que le capital s'accumule. Si $s A > n + \delta$, le capital par tête croît sans fin, à taux constant, et le revenu par tête $y = A k$ croît au même taux.

Le diagramme en taux : Solow et AK

Les deux termes de droite, en fonction de k (cf. diagramme slide 48 séance 2) :

$$(1+n) \frac{\Delta k}{k} = s \frac{f(k)}{k} - (n+\delta), \quad \text{avec, dans le modèle AK, } s \frac{f(k)}{k} = s A.$$



Lecture : chez Solow, $s f(k)/k$ baisse et rejoint $n + \delta$ en k^* : l'écart, donc la croissance, s'annule. Dans le modèle AK, $s A$ ne baisse pas avec k : il n'existe pas d'état stationnaire, l'écart reste le même quel que soit k , la croissance ne s'éteint jamais.

Épargner davantage fait croître plus vite

Mêmes s , n et δ qu'en séance 2, et $A = 1/2,22 = 0,45$, pour retrouver le rapport du capital au revenu de la séance 2, $K/Y = 1/A = 2,22$:

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{sA - (n + \delta)}{1 + n} = \frac{0,20 \times 0,45 - (0,01 + 0,06)}{1,01} = 1,98 \text{ \%}.$$

- Près de 2 % par an, comme en séance 2, mais sans g : ce taux dépend des paramètres du modèle, dont une décision, la part épargnée s .
- Avec $s = 0,22$: $(0,22 \times 0,45 - 0,07)/1,01 = 2,87 \text{ \%}$, près d'un point de croissance en plus, chaque année.

Chez Solow, une hausse de s relève le *niveau* du revenu par tête ; ici, elle relève son *taux* de croissance de long terme.

Le modèle AK ne prédit aucun rattrapage

- Le revenu par tête $y = Ak$ croît au même taux que k , noté $g \equiv \Delta y/y$, qui ne contient pas k . D'où, pour deux pays 1 et 2 :

$$g = \frac{sA - (n + \delta)}{1 + n}, \quad y_t = y_0 (1 + g)^t, \quad \frac{y_{1,t}}{y_{2,t}} = \frac{y_{1,0}}{y_{2,0}} \times \left(\frac{1 + g_1}{1 + g_2} \right)^t.$$

- Mêmes s , n , δ et A : $g_1 = g_2$, la parenthèse vaut 1. Si le pays 1 est m fois plus riche au départ, il le reste **indéfiniment**.
- Parts épargnées de 0,22 et 0,20 : $g_1 = 2,87\%$ et $g_2 = 1,98\%$, d'où $1,0287/1,0198 = 1,0087$. Le rapport des revenus est multiplié par 1,0087 chaque année : il augmente **sans fin**, et double en 80 ans ($1,0087^{80} \simeq 2$).

Chez Solow, deux pays de mêmes paramètres rejoignent le même sentier. Dans le modèle AK, le rapport de leurs revenus par tête ne se réduit jamais : il reste égal à m , ou augmente si leurs parts épargnées diffèrent.

Ce que le modèle AK explique, et ce qu'il n'explique pas

- **Ce qu'il explique.** Une croissance du revenu par tête durable et à taux constant, avec $K/Y = 1/A$ constant (faits de Kaldor), sans progrès technique posé hors du modèle ; et des écarts qui se creusent entre pays qui n'épargnent pas la même part.
- **Ce qu'il n'explique pas.** La convergence conditionnelle : entre pays de mêmes caractéristiques, les données montrent environ 2 % de l'écart comblé par an (séance 2), là où le modèle AK ne prévoit aucune convergence.

Question : qu'est-ce qui empêche la convergence dans le modèle AK ?

Pourquoi le modèle AK ne prévoit-il aucune convergence ?

- **Réponse** : son hypothèse selon laquelle le travail sans qualification ne produirait rien. Or une entreprise ne paie pas un travailleur qui n'ajoute rien à la production : si ce travail est payé, c'est qu'il produit ; donc L doit être mis dans la fonction de production :

$$Y = K^{1/3} H^{1/3} L^{1/3} = K^{1/3} (\theta K)^{1/3} L^{1/3} = \theta^{1/3} K^{2/3} L^{1/3}.$$

- Le nombre de travailleurs (non qualifiés) ne s'accumule pas : il croît au taux n , donné hors du modèle. Donc les facteurs qui s'accumulent n'ont plus qu'une part de $2/3$, et non de 1 .
- On retrouverait alors le modèle de la séance 2 augmenté du capital humain, où $\lambda = (1 - 2/3) \times 0,09 / (1,01 \times 1,02) = 2,9 \%$, et non 0 .

Négliger L n'est pas satisfaisant. Il faut chercher une autre source de rendements non décroissants pour expliquer une croissance véritablement endogène.

Plan de la séance

1. Quand tous les facteurs s'accumulent : le modèle AK
2. Les idées et la variété des produits
3. La destruction créatrice
4. Des idées plus difficiles à trouver
5. L'intelligence artificielle et la production d'idées

Les idées, une source de rendements non décroissants

- La source que retient la littérature : les **idées**. Une machine ne sert qu'à un ouvrier à la fois ; une idée peut servir à tous en même temps, sans s'user.
- Une idée est une façon de combiner les facteurs : une recette, un procédé, le plan d'un moteur, la formule d'un médicament, un logiciel.
- Un bien est **rival** si son usage par l'un empêche l'usage par un autre : une machine, un ouvrier. Une idée est **non rivale** : mille usines peuvent appliquer la même formule en même temps.

Dans le modèle de Romer, une idée est un bien nouveau

- Chaque idée est vue comme un bien d'équipement nouveau, une **variété** ; A est le nombre de variétés inventées. La variété j ($j = 1, \dots, A$), utilisée en quantité q_j (le capital investi dans cette variété), entre dans la production avec des rendements décroissants ($\alpha < 1$) :

$$Y = L^{1-\alpha} (q_1^\alpha + q_2^\alpha + \dots + q_A^\alpha).$$

- Toutes les variétés sont supposées jouer le même rôle dans la production et coûter autant à produire : chacune est donc utilisée en même quantité q . La somme devient $q^\alpha + \dots + q^\alpha = A q^\alpha$. Or le capital est l'ensemble des biens d'équipement : $K = q + \dots + q = A q$, soit $q = K/A$. Donc :

$$Y = L^{1-\alpha} A q^\alpha = L^{1-\alpha} A \left(\frac{K}{A}\right)^\alpha = K^\alpha (A L)^{1-\alpha}.$$

On retrouve la production de la séance 2 : l'efficacité A est le nombre de variétés. Faire croître A , c'est inventer des biens nouveaux.

Pourquoi plus de variétés rendent plus productif

Question : avec le même capital, vaut-il mieux 10 variétés ou 20 ?

$K = 100$, $L = 1$ et $\alpha = 1/3$.

Donc $Y = L^{1-\alpha} A q^\alpha = A q^{1/3}$, avec $q = K/A$:

Variétés A	q	$q^{1/3}$	$Y = A q^{1/3}$
10	10	2,154	21,5
20	5	1,710	34,2

- **Réponse** : 20. La production est multipliée par $34,2/21,5 = 1,59$.
- Chaque variété a des rendements décroissants : répartir le même capital K sur plus de variétés, c'est n'utiliser que les premières unités (faible q), les plus utiles.

À capital donné, la production augmente avec le nombre de variétés : inventer des variétés, c'est accroître A , le progrès technique, et non le capital.

La non-rivalité crée des rendements croissants

Production du modèle de Romer, où A est le nombre de variétés, donc d'idées :

$$Y = K^{\alpha} (A L)^{1-\alpha}, \quad \alpha = 1/3.$$

- **À idées données**, on double K et L : la production double.

$$(2K)^{\alpha} (A \times 2L)^{1-\alpha} = 2^{1/3} \times 2^{2/3} \times Y = 2 Y.$$

- **Si l'on double en plus les idées** :

$$(2K)^{\alpha} (2A \times 2L)^{1-\alpha} = 2^{1/3} \times 4^{2/3} \times Y = 1,26 \times 2,52 \times Y = 3,17 Y.$$

Doubler tous les facteurs, idées comprises, fait plus que doubler la production : les rendements d'échelle sont croissants. C'est la non-rivalité qui le permet, une idée servant à toute la production à la fois.

La concurrence parfaite ne peut pas payer les idées

- En concurrence parfaite, chaque facteur est payé à sa productivité marginale (séance 2). Avec $Y = K^\alpha (A L)^{1-\alpha}$:

$$r K = \frac{\alpha Y}{K} \times K = \alpha Y, \quad w L = \frac{(1-\alpha) Y}{L} \times L = (1-\alpha) Y.$$

- Au total, $r K + w L = \alpha Y + (1-\alpha) Y = Y$: capital et travail se partagent toute la production. **Il ne reste rien** pour payer ceux qui ont trouvé les idées A .
- Or, si la production d'idées n'est pas rémunérée, quelle est l'incitation à en produire ?

Question : comment payer l'inventeur d'idées ?

Payer l'inventeur par l'exclusion

- **Réponse** : une idée étant non rivale, l'inventeur n'en tire un revenu que s'il peut empêcher les autres de s'en servir : l'idée doit être **exclusive**.
- Le **brevet** la rend exclusive : l'inventeur vend sa variété plus cher qu'elle ne lui coûte, et les profits qu'il en tire paient la recherche.

	Rival	Non rival
Exclusif	une machine	un procédé de fabrication breveté
Non exclusif	le poisson en haute mer	un théorème

- Tous deux non rivaux, le procédé breveté rapporte à son inventeur, le théorème non : il doit être financé autrement (recherche publique).

La croissance par les idées suppose une concurrence imparfaite : le monopole temporaire de l'inventeur est à la fois l'incitation à innover et le prix de l'innovation.

La production des idées

- Une part ℓ de la population cherche : $L_A = \ell L$ chercheurs. La production n'emploie plus que le reste, $L_Y = (1 - \ell) L$.
- Les idées nouvelles de l'année dépendent du nombre de chercheurs et des idées déjà trouvées :

$$\Delta A = b L_A A, \quad b \text{ la productivité d'un chercheur.}$$

- Le facteur A : chaque chercheur s'appuie sur tout le savoir déjà accumulé, non rival, sans le payer. C'est une **externalité positive**, un avantage procuré aux autres sans contrepartie.
- Divisons par A :

$$\frac{\Delta A}{A} = b L_A = b \ell L.$$

Le taux de croissance des idées ne baisse pas à mesure qu'elles s'accumulent : le rendement de la recherche ne décroît pas.

Le revenu par tête croît au rythme des idées

- La production s'écrit $Y = K^\alpha (A L_Y)^{1-\alpha}$, avec A le nombre d'idées.
- Avec $\tilde{k} = K/(A L_Y)$ et $L_Y = (1 - \ell) L$, le revenu par tête s'écrit :

$$y = \frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{A L_Y} \right)^\alpha \frac{A L_Y}{L} = (1 - \ell) A \tilde{k}^\alpha.$$

- On suppose la population L constante, et la part ℓ des chercheurs aussi. D'une année à l'autre :

$$\frac{y_{t+1}}{y_t} = \frac{(1 - \ell) A_{t+1} \tilde{k}_{t+1}^\alpha}{(1 - \ell) A_t \tilde{k}_t^\alpha} = \frac{A_{t+1}}{A_t} \times \underbrace{\frac{\tilde{k}_{t+1}^\alpha}{\tilde{k}_t^\alpha}}_{= 1 \text{ sur le sentier de croissance équilibrée } (\tilde{k} \text{ constant})} = \frac{A_{t+1}}{A_t}.$$

- Le revenu par tête croît donc au même taux que A . On note g ce taux commun. Or on a vu que $\Delta A/A = b \ell L$. Donc :

$$g \equiv \frac{\Delta y}{y} = b \ell L$$

Le taux de croissance est endogène

- **Résultat** : $g = b \ell L$ n'est plus posé hors du modèle. La part ℓ qui cherche résulte de décisions : celles des individus (travailler dans la recherche ou à la production), celles des entreprises (embaucher des chercheurs selon ce qu'une idée brevetée rapporte) et celles de l'État (financer des programmes de recherche et des chercheurs).
- Avec $L = 1$ et $b = 1$: $\ell = 2 \%$ donne $g = 1 \times 0,02 \times 1 = 2 \%$; $\ell = 3 \%$ donne $g = 3 \%$. Le taux de croissance est multiplié par $3/2$, chaque année, sur le long terme (rapport qui ne dépend ni de b ni de L).
- g dépend aussi de L : un pays deux fois plus peuplé croîtrait deux fois plus vite : c'est l'**effet d'échelle**. On y revient en partie 4.

Le revenu par tête croît au rythme des idées, lesquelles croissent selon la productivité et le nombre des chercheurs.

Le marché produit-il assez d'idées ?

Deux raisons pour lesquelles le marché pourrait produire trop peu d'idées :

- Le chercheur ne tient pas compte de ce que son idée servira aux chercheurs suivants (le A de $\Delta A = b L_A A$) : ce gain ne lui rapporte rien (principe d'une **externalité positive**).
- L'inventeur ne touche que ses profits, pas tout ce que son idée apporte aux utilisateurs.

Le marché produit donc trop peu d'idées, et la croissance est plus faible qu'elle ne pourrait l'être. D'où des aides qui relèvent ℓ : crédit d'impôt recherche, financement de programmes de recherche et de chercheurs.

La croissance devient une affaire de politique économique : ce que la société consacre à la recherche fixe le taux de croissance de long terme.

Ce que le modèle de Romer laisse sans réponse

- Chez Romer, une variété nouvelle **s'ajoute** aux anciennes : aucune ne disparaît, et aucune entreprise ne perd son marché.
- Or l'innovation remplace souvent ce qui existait : le téléphone portable a remplacé la cabine, l'appareil numérique la pellicule, le MP3 le CD. L'inventeur d'hier perd sa **rente**, c'est-à-dire les profits de monopole que lui assurait son brevet, au profit de l'inventeur d'aujourd'hui.
- Ce remplacement change la question : on innove aussi pour prendre la place d'un concurrent, et l'on risque d'être soi-même remplacé un jour.

Une innovation qui remplace au lieu d'ajouter, c'est la **destruction créatrice** : l'objet de la partie 3.

Plan de la séance

1. Quand tous les facteurs s'accumulent : le modèle AK
2. Les idées et la variété des produits
3. La destruction créatrice
4. Des idées plus difficiles à trouver
5. L'intelligence artificielle et la production d'idées

Une innovation remplace la précédente

- Dans le modèle d'Aghion et Howitt, une innovation n'ajoute pas un bien nouveau : elle **améliore la qualité** d'un bien qui existe déjà. Exemple : chaque génération de smartphone remplace la précédente.
- L'économie compte un grand nombre de secteurs. Dans chacun, une seule qualité est utilisée : la meilleure. A est la productivité moyenne des secteurs.
- Une innovation dans un secteur **multiplie sa productivité par $\gamma > 1$** : une machine de qualité A est remplacée par une machine de qualité γA . Exemple : avec $\gamma = 1,05$, la nouvelle machine, ou le nouveau procédé, rend le travail 5 % plus productif.
- L'innovateur obtient un brevet et vend seul la nouvelle machine ; plus personne n'achète l'ancienne. L'innovateur précédent perd sa rente.

Chez Romer, A comptait les variétés, et une idée s'ajoutait aux autres. Ici, A mesure une qualité, et chaque idée remplace la précédente.

La croissance vient de la fréquence et de la taille des innovations

- Chaque année, une innovation survient dans une part $\mu = b \ell L$ des secteurs. Comme chez Romer, cette part **dépend de la recherche** : de son effort ℓ (la part de la population qui cherche), qui résulte de décisions, et de son efficacité b (la productivité d'un chercheur).
- Dans cette part μ des secteurs, la productivité passe alors de A_t à γA_t ; dans le reste, $1 - \mu$, elle ne change pas. En moyenne :

$$A_{t+1} = \mu \gamma A_t + (1 - \mu) A_t \quad \Rightarrow \quad \frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} = \mu \gamma + 1 - \mu - 1 = \mu (\gamma - 1).$$

- Comme chez Romer, le revenu par tête croît au rythme de A sur le sentier de croissance équilibrée, où $\tilde{k}$ est constant. Donc :

$$g \equiv \frac{\Delta y}{y} = \mu (\gamma - 1) = b \ell L (\gamma - 1).$$

- Exemple : des innovations qui rendent chacune le travail 5 % plus productif ($\gamma = 1,05$), dans 40 % des secteurs chaque année ($\mu = 0,40$), donnent $g = 0,40 \times (1,05 - 1) = 2 \%$, l'ordre de grandeur des économies avancées.

Une rente qui ne dure pas

- L'innovateur gagne chaque année un profit de monopole π , jusqu'à ce qu'un autre innovateur le remplace, ce qui arrive avec la probabilité μ chaque année.
- V est la valeur de son entreprise : la somme actualisée des profits qu'elle peut attendre. Chaque année, elle gagne π ; si elle n'est pas remplacée (probabilité $1 - \mu$), elle se retrouve l'an prochain dans la même situation qu'aujourd'hui, et vaut de nouveau V . Actualisé au taux d'intérêt r :

$$V = \frac{\pi + (1 - \mu) V}{1 + r} \implies (1 + r) V - (1 - \mu) V = \pi \implies V = \frac{\pi}{r + \mu}.$$

- Exemple avec $\pi = 1$ et $r = 5\%$: si personne ne remplace l'innovateur ($\mu = 0$), son entreprise vaut $V = 1/0,05 = 20$ années de profit. Avec $\mu = 0,40$: $V = 1/(0,05 + 0,40) = 2,2$ années seulement.

Plus la destruction créatrice est rapide (μ élevé), plus la rente est courte : les innovations de demain réduisent ce que rapporte au total, en valeur actualisée, l'innovation d'aujourd'hui.

Plus l'économie innove, moins chacun a intérêt à innover

- Conséquence de la destruction créatrice : dans une économie qui innove beaucoup (μ élevé), un innovateur garde sa rente moins longtemps en espérance. Il a donc moins intérêt à innover. Dans l'exemple précédent ($\pi = 1$, $r = 5\%$), son entreprise vaut 20 années de profit si $\mu = 0$, mais 2,2 seulement si $\mu = 0,40$.
- Si la recherche est **très dynamique** : μ monte, la rente de chacun se raccourcit, la valeur V de l'entreprise baisse, et des chercheurs retournent à la production.
- Si la recherche est **peu dynamique** : μ baisse, la rente s'allonge, V monte, et la recherche attire des travailleurs.

La fréquence des innovations se stabilise là où chercher rapporte autant que produire. C'est cette force de rappel qui fixe μ , et donc la croissance (démonstration aux slides suivants).

Ce que produire et ce que chercher rapportent



On cherche la fréquence des innovations μ à l'équilibre, et donc $g = \mu(\gamma - 1)$. Il faut d'abord écrire ce que rapporte chaque emploi.

- **Produire rapporte le salaire w .** Le travailleur est payé à sa productivité marginale (séance 2), avec $\tilde{k} = K/(AL_Y)$:

$$w = (1-\alpha) \frac{Y}{L_Y} = (1-\alpha) \frac{K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}}{L_Y} = (1-\alpha) \left(\frac{K}{AL_Y} \right)^\alpha A = \underbrace{(1-\alpha) \tilde{k}^\alpha}_{\text{noté } \bar{w}} \times A.$$

Sur le sentier de croissance équilibrée, $\tilde{k}$ est constant, donc $\bar{w}$ aussi : le salaire croît au même rythme que A .

- **Chercher rapporte la valeur V de l'entreprise** que l'innovateur crée : $V = \pi/(r + \mu)$, où π est son profit annuel. Reste à écrire ce profit.

Le profit de l'entreprise innovante

- **Ce qu'elle vend.** Son innovation est incorporée dans une machine (ou un procédé) de qualité γA , qu'elle est seule à pouvoir vendre grâce au brevet.
- **Pourquoi les entreprises de production l'achètent.** Elle rend leurs travailleurs plus productifs que l'ancienne, et elle seule la vend.
- **Combien elle en vend.** Sous l'hypothèse que chaque travailleur de la production en utilise un exemplaire (comme une licence de logiciel par poste), elle en vend $L_Y = (1 - \ell) L$.
- **Avec quelle marge.** Seule à vendre, elle fixe son prix au-dessus du coût (partie 2). Une machine plus productive se vend plus cher : on suppose une marge de $\bar{\pi}$ par unité de qualité, comme un prix au kilo, soit $\bar{\pi} \times \gamma A$ par machine. Cette marge est d'autant plus faible que la concurrence est forte (imitateurs, ancienne machine encore disponible).

D'où le profit :

$$\pi = \underbrace{\bar{\pi} \gamma A}_{\text{marge par exemplaire}} \times \underbrace{(1 - \ell) L}_{\text{exemplaires vendus}} .$$

Calculer la fréquence des innovations, et donc g

- Équilibre : chercher rapporte autant que produire. Un chercheur trouve l'innovation avec la probabilité b , et gagne alors V : $w = b V$.
- On remplace par leurs expressions sur le sentier de croissance équilibrée : w par $\bar{w}A$, V par $\pi/(r + \mu)$, puis π par $\bar{\pi}\gamma A(1 - \ell)L$:

$$\bar{w} A = b \times \frac{\pi}{r + \mu} = b \times \frac{\bar{\pi} \gamma A (1 - \ell) L}{r + \mu}.$$

- A figure des deux côtés : on le simplifie. On divise par $\bar{w}$, on note $c \equiv \bar{\pi}/\bar{w}$, et on multiplie par $r + \mu$:

$$r + \mu = c \gamma b (1 - \ell) L = c \gamma (b L - b \ell L) = c \gamma (b L - \mu) \quad (\text{car } \mu = b \ell L).$$

- On développe, $r + \mu = c \gamma b L - c \gamma \mu$, puis on regroupe les termes en μ : $\mu(1 + c \gamma) = c \gamma b L - r$. D'où la fréquence d'équilibre μ^* et le taux de croissance sur le sentier de croissance équilibrée g^* :

$$\mu^* = \frac{c \gamma b L - r}{1 + c \gamma} \quad \text{et} \quad g^* = \mu^* (\gamma - 1) = (\gamma - 1) \frac{c \gamma b L - r}{1 + c \gamma}.$$

Ce qui fait varier le taux de croissance

Le modèle donne :

$$g^* = (\gamma - 1) \frac{c \gamma b L - r}{1 + c \gamma}.$$

La croissance est plus rapide quand :

- b est élevé : la recherche est plus productive ;
- γ est élevé : chaque innovation fait davantage progresser la productivité, et la rente de l'innovateur est plus grande ;
- $c = \bar{\pi}/\bar{w}$ est élevé : la marge de l'innovateur est grande par rapport au salaire, par exemple parce qu'il subit peu de concurrence ;
- r est faible : chercher est un investissement (on renonce au salaire aujourd'hui pour une rente future), et la rente future vaut plus aujourd'hui (actualisation) ;
- L est élevé : le marché de l'innovateur est plus grand. Plus la production emploie de travailleurs, plus les entreprises ont besoin de son équipement (effet d'échelle, comme chez Romer).

Moins de rente, moins de croissance ? Un exemple chiffré

- Paramètres : $bL = 20$, $\gamma = 1,05$, $r = 0,05$ et $c = 0,02$ (la marge de l'innovateur vaut environ 2 % de la masse salariale de la production).
- μ^* n'est plus choisi, le modèle le calcule :

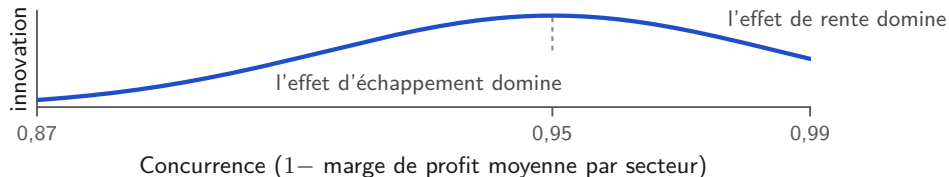
$$\mu^* = \frac{0,02 \times 1,05 \times 20 - 0,05}{1 + 0,02 \times 1,05} = \frac{0,37}{1,021} = 0,36, \quad g^* = 0,05 \times 0,36 = 1,8 \, \%.$$

- Si la concurrence réduit la rente de moitié ($c = 0,01$) :

$$\mu^* = \frac{0,01 \times 1,05 \times 20 - 0,05}{1 + 0,01 \times 1,05} = \frac{0,16}{1,0105} = 0,16, \quad g^* = 0,05 \times 0,16 = 0,8 \, \%.$$

Diviser la rente par deux divise ici la croissance par plus de deux : dans ce modèle, la concurrence décourage l'innovation.

La concurrence décourage-t-elle l'innovation ? (Aghion et al., 2005)



- **Effet de rente** (celui du modèle) : pour une entreprise en retard, plus de concurrence réduit le gain à rattraper le leader : elle innove moins.
- **Effet d'échappement** : pour des entreprises à égalité technologique, plus de concurrence rogne les profits et les pousse à innover pour se distinguer.
- Concurrence faible : la plupart des secteurs comptent des entreprises à égalité technologique : l'effet d'échappement domine.
- Concurrence forte : la plupart des secteurs ont un leader et un retardataire : l'effet de rente domine.
- **Réponse** : la concurrence décourage l'innovation quand elle est déjà forte.

Le marché innove-t-il trop peu ou trop ?

- **Trop peu**, pour les deux raisons vues chez Romer : l'innovateur n'est payé ni pour ce que son idée apporte aux innovateurs suivants (externalité positive), ni pour tout ce qu'elle apporte aux utilisateurs.
- **Trop**, pour une raison nouvelle : une partie du gain de l'innovateur est prise à l'entreprise qu'il remplace, et non créée. C'est la **captation de rente**.
- Exemple : une entreprise en place vaut 100. Un concurrent dépense 20 en recherche (des chercheurs qui auraient produit 20 ailleurs). Il invente un produit 5 % meilleur. Il prend tout le marché. Il vaut donc 105.
 - l'innovateur gagne $105 - 20 = 85$: il a intérêt à chercher ;
 - l'entreprise remplacée perd 100 ;
 - l'économie perd $85 - 100 = -15$: seuls 5 sont créés, pour un coût de 20.

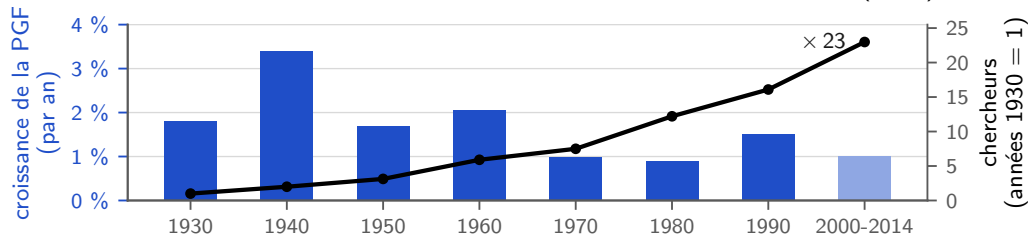
Les données tranchent : l'externalité positive l'emporte. Un euro de R&D rapporte chaque année 0,55 euro à l'économie, 0,21 à l'entreprise (Bloom, Schankerman et Van Reenen, 2013) : le marché innove trop peu.

Plan de la séance

1. Quand tous les facteurs s'accumulent : le modèle AK
2. Les idées et la variété des produits
3. La destruction créatrice
4. Des idées plus difficiles à trouver
5. L'intelligence artificielle et la production d'idées

Plus de chercheurs, plus de croissance ?

Romer et Aghion-Howitt prédisent tous deux que la croissance augmente avec le nombre de chercheurs : c'est l'**effet d'échelle**. Les données des États-Unis, où la croissance de A se lit sur celle de la **productivité globale des facteurs (PGF)** :



Source : Bloom, Jones, Van Reenen et Webb (2020). PGF du secteur privé (BLS ; Gordon avant 1950).

Chercheurs : dépenses en propriété intellectuelle divisées par le salaire moyen d'un diplômé du supérieur.

23 fois plus de chercheurs, et une croissance qui n'accélère pas : l'effet d'échelle est démenti (critique de Jones, 1995, confirmée par ces données).

Chaque chercheur trouve de moins en moins

- La croissance n'accélère pas avec le nombre de chercheurs parce que la recherche devient moins productive.
- Graphique du slide précédent : la **productivité de la recherche**, la croissance de A par chercheur, a été divisée par 41 depuis les années 1930 : 23 fois plus de chercheurs, pour une croissance de A presque deux fois plus faible (1,8 % contre 1,0 %).
- Exemple : doubler le nombre de transistors par puce (loi de Moore) demande 18 fois plus de chercheurs qu'au début des années 1970.

La production des idées selon Jones

- Jones modifie ainsi la production des idées de Romer ($\Delta A = b L_A A$) :

$$\Delta A = b L_A A^\varphi, \quad \varphi < 1, \quad \text{soit, en divisant par } A, \quad \frac{\Delta A}{A} = \frac{b L_A}{A^{1-\varphi}}.$$

φ mesure combien les idées déjà trouvées aident à en trouver de nouvelles ; $\varphi = 1$ redonne Romer. Si $\varphi < 0$, chaque chercheur trouve de moins en moins d'idées, les plus faciles ayant été trouvées les premières.

Chaque idée trouvée rend la suivante plus difficile à trouver : pour que A croisse au même rythme, il faut que $b L_A$ augmente sans cesse, avec des chercheurs toujours plus nombreux (L_A) ou plus productifs (b).

Ce que le sentier de croissance équilibrée impose



- Notons n_A le taux de croissance du nombre de chercheurs L_A . On suppose b constant.
- Sur le sentier de croissance équilibrée, $\Delta A/A$ est constant, notons-le g_A . Dans $\Delta A/A = b L_A/A^{1-\varphi}$, le rapport $R = L_A/A^{1-\varphi}$ doit donc rester constant : son taux de croissance est nul.
- Pour écrire le taux de croissance de R , il faut d'abord celui de $A^{1-\varphi}$. A croît au taux g_A : $A_{t+1} = (1 + g_A) A_t$. On élève les deux membres à la puissance $1 - \varphi$:

$$A_{t+1}^{1-\varphi} = [(1 + g_A) A_t]^{1-\varphi} = (1 + g_A)^{1-\varphi} A_t^{1-\varphi}.$$

- Par la règle $(1 + x)^a \simeq 1 + ax$ de la séance 2, avec $x = g_A$ et $a = 1 - \varphi$: $(1 + g_A)^{1-\varphi} \simeq 1 + (1 - \varphi) g_A$. Donc :

$$A_{t+1}^{1-\varphi} \simeq (1 + (1 - \varphi) g_A) A_t^{1-\varphi} : \quad A^{1-\varphi} \text{ croît au taux } (1 - \varphi) g_A.$$

Comment le rapport R évolue d'une année à l'autre

- On écrit R l'année suivante, $R_{t+1} = L_{A,t+1}/A_{t+1}^{1-\varphi}$, en fonction de R_t .
- Numérateur : L_A croît au taux n_A (définition de n_A) :

$$L_{A,t+1} = (1 + n_A) L_{A,t}.$$

- Dénominateur : $A^{1-\varphi}$ croît au taux $(1 - \varphi) g_A$ (slide précédent) :

$$A_{t+1}^{1-\varphi} \simeq (1 + (1 - \varphi) g_A) A_t^{1-\varphi}.$$

- On remplace dans R_{t+1} , puis on sépare les facteurs de croissance et les valeurs de l'année t :

$$\begin{aligned} R_{t+1} &\simeq \frac{(1 + n_A) L_{A,t}}{(1 + (1 - \varphi) g_A) A_t^{1-\varphi}} = \frac{1 + n_A}{1 + (1 - \varphi) g_A} \times \frac{L_{A,t}}{A_t^{1-\varphi}} \\ &= \frac{1 + n_A}{1 + (1 - \varphi) g_A} \times R_t. \end{aligned}$$

- Chaque année, R est donc multiplié par ce facteur. Reste à l'écrire sous la forme $1 + \text{taux}$.

Le facteur de croissance de R sous la forme $1 + \text{taux}$



- **Étape 1.** Diviser par $1 + (1 - \varphi) g_A$, c'est multiplier par $(1 + (1 - \varphi) g_A)^{-1}$.
Règle $(1 + x)^a \simeq 1 + ax$, avec $x = (1 - \varphi) g_A$ et $a = -1$:

$$(1 + (1 - \varphi) g_A)^{-1} \simeq 1 + (-1)(1 - \varphi) g_A = 1 - (1 - \varphi) g_A.$$

Donc :

$$\frac{1 + n_A}{1 + (1 - \varphi) g_A} \simeq (1 + n_A) (1 - (1 - \varphi) g_A).$$

- **Étape 2.** On développe :

$$(1 + n_A) (1 - (1 - \varphi) g_A) = 1 + n_A - (1 - \varphi) g_A - n_A (1 - \varphi) g_A.$$

Le taux de croissance de long terme

- **Étape 3.** Le facteur de croissance de R vaut donc :

$$\frac{1 + n_A}{1 + (1 - \varphi) g_A} \simeq 1 + n_A - (1 - \varphi) g_A - \underbrace{n_A (1 - \varphi) g_A}_{\text{produit de deux petits taux}}$$

On néglige le dernier terme : R est multiplié par $1 + n_A - (1 - \varphi) g_A$, il croît au taux $n_A - (1 - \varphi) g_A$.

- **Étape 4.** Sur le sentier de croissance équilibrée, R est constant : son taux de croissance, $n_A - (1 - \varphi) g_A$, est nul. On isole g_A :

$$n_A - (1 - \varphi) g_A = 0 \quad \implies \quad (1 - \varphi) g_A = n_A \quad \implies \quad g_A = \frac{n_A}{1 - \varphi}$$

Le taux de croissance du revenu par tête

- D'où vient n_A ? $L_A = \ell L$, L croît au taux n et ℓ au taux g_ℓ :

$$\begin{aligned} L_{A,t+1} &= \ell_{t+1} L_{t+1} = (1 + g_\ell) \ell_t \times (1 + n) L_t = (1 + g_\ell)(1 + n) L_{A,t} \\ &= (1 + n + g_\ell + n g_\ell) L_{A,t} \simeq (1 + n + g_\ell) L_{A,t}, \end{aligned}$$

en négligeant le produit $n g_\ell$: $n_A \simeq n + g_\ell$.

- ℓ est une part : elle ne peut monter indéfiniment. Sur le long terme, ℓ est constant ($g_\ell = 0$), donc $n_A = n$ et $g_A = n/(1 - \varphi)$.
- Deux taux à ne pas confondre : g_A , le rythme auquel progresse le savoir technique (ce que produisent les chercheurs) ; $g \equiv \Delta y/y$, le rythme auquel progresse le niveau de vie moyen.
- Comme chez Romer, avec $Y = K^\alpha (A L_Y)^{1-\alpha}$, $L_Y = (1 - \ell) L$ et $\tilde{k} = K/(A L_Y)$: $y = (1 - \ell) A \tilde{k}^\alpha$. Sur le long terme, ℓ et $\tilde{k}$ sont constants : y croît au taux de A , $g = g_A$.

$$g = \frac{n}{1 - \varphi}$$

Une croissance appelée à ralentir

- Sur le long terme : $g = n/(1 - \varphi)$.
- Bloom et al. (2020) estiment $1 - \varphi = 3,1$ pour les États-Unis, donc $\varphi = 1 - 3,1 = -2,1$: chaque idée trouvée rend nettement plus difficile de trouver la suivante.
- Depuis 1930, la part ℓ des chercheurs a monté : leur nombre a crû de $n_A = 4,3$ % par an, bien plus que la population. D'où $g_A = 4,3/3,1 \approx 1,4$ %, proche de la croissance observée de la PGF.
- Une part ne peut monter indéfiniment : à terme, n_A revient à $n \approx 1$ %, et $g = 1/3,1 \approx 0,3$ %.

La croissance du 20e siècle a été portée par une part croissante de chercheurs. Selon ce modèle, quand cette part cessera de monter, la croissance du revenu par tête tombera vers 0,3 % par an.

Une croissance semi-endogène

- Dans $g = n/(1 - \varphi)$, ni la productivité des chercheurs b , ni leur part ℓ n'apparaissent, donc pas non plus les politiques de recherche, qui agissent sur ℓ . La croissance vient bien de la recherche, mais son taux de long terme est fixé par n et φ , exogènes : elle est dite **semi-endogène**.
- Aider la recherche, c'est relever ℓ . Le revenu par tête baisse d'abord (des travailleurs quittent la production), puis croît plus vite que g (A accélère), avant de revenir à $g = n/(1 - \varphi)$: il est durablement plus élevé, sans définitivement croître plus vite qu'avant.
- L'effet d'échelle ne disparaît pas, il change d'objet. Sur le sentier, $A^{1-\varphi} = b L_A/g_A$: deux fois plus de chercheurs, c'est un A plus élevé, mais le même g_A . Le **nombre** de chercheurs fixe le **niveau** du revenu par tête, leur **rythme de croissance** en fixe le **taux**.
- Si la population cesse de croître ($n = 0$), la croissance du revenu par tête s'éteint.

Plan de la séance

1. Quand tous les facteurs s'accumulent : le modèle AK
2. Les idées et la variété des produits
3. La destruction créatrice
4. Des idées plus difficiles à trouver
5. L'intelligence artificielle et la production d'idées

L'IA peut-elle faire croître la recherche sans croissance du nombre de chercheurs ?

- Sur le long terme, $g = n/(1 - \varphi)$: si la population cesse de croître, le nombre de chercheurs aussi, et la croissance du revenu par tête s'éteint.
- Le travail ne s'accumule pas : le nombre de chercheurs humains reste borné par la population.
- Les machines, elles, s'accumulent. Si l'IA exécute des tâches de recherche, la recherche n'est plus bornée par la population.
- L_A devient alors la **capacité de recherche** : les chercheurs humains, plus le travail de recherche fait par l'IA, compté en équivalents chercheurs.

Si l'IA fait toute la recherche, la croissance s'accélère-t-elle sans cesse ?

- C'est un cas limite. Les machines de l'IA sont issues des idées (meilleures puces, meilleurs algorithmes).
- On note θ l'effet des idées sur la capacité de recherche : si A augmente de 1 %, L_A augmente de θ %, soit $L_A = A^\theta$. Dans la loi de Jones :

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{b L_A}{A^{1-\varphi}} = \frac{b A^\theta}{A^{1-\varphi}} = b A^{\theta-(1-\varphi)}.$$

- Deux forces s'opposent : θ , les idées rendent la recherche plus puissante ; $1 - \varphi$, chaque idée rend la suivante plus difficile à trouver.
- Si $\theta > 1 - \varphi$, plus A est grand, plus $\Delta A/A$ est élevé : le taux de croissance s'accélère sans cesse, c'est la croissance **explosive**.
- Si $\theta < 1 - \varphi$, le taux de croissance baisse et tend vers zéro : l'IA retarde l'extinction de la croissance sans l'empêcher.
- **Réponse** : seulement si $\theta > 1 - \varphi = 3,1$ (Bloom et al.), soit $L_A + 3,1$ % quand $A + 1$ %. Si la capacité de l'IA croît comme A ($\theta = 1$), on en est loin, sauf si l'IA s'améliore elle-même très vite.

Tâches substituables ou complémentaires ?

- En réalité, l'IA n'exécute qu'une partie des tâches de recherche et de production. Les autres restent faites par des humains, bien plus lentement.
- Peut-on compenser la lenteur des tâches humaines en faisant davantage de tâches confiées à l'IA ?
 - **Oui** si les tâches sont **substituables** : chaque progrès de l'IA continue d'accélérer la production.
 - **Non** si elles sont **complémentaires** : toutes les tâches sont indispensables, et la plus lente fixe le rythme de l'ensemble.
- Exemple, un mémoire de M2 : une enquête de terrain (3 mois), puis les calculs et la rédaction (1 mois sans IA).
 - Substituables : l'IA exploite des données publiques qui dispensent d'une partie de l'enquête. À chaque progrès de l'IA, le mémoire se fait plus vite.
 - Complémentaires : rien ne remplace l'enquête. Sans IA, $3 + 1 = 4$ mois ; avec une IA qui calcule et rédige en un jour, 3 mois et un jour. Même avec une IA dix fois plus rapide, on ne descendra jamais sous 3 mois.

Si les tâches se remplacent, une automatisation même partielle suffit à faire s'accélérer la croissance

- Plus l'IA exécute de tâches, plus la boucle « idées → machines → idées » est forte.
- Selon le modèle de Davidson et al. (2026), il suffit que l'IA exécute 13 % des tâches dans chaque branche pour que la croissance s'accélère sans cesse.
- Toutes les tâches ne se valent pas : automatiser une tâche de recherche sur les puces électroniques accélère environ dix fois plus la croissance qu'automatiser une tâche de production de biens. Deux raisons :
 - de meilleures puces rendent l'IA plus puissante dans toutes les branches ;
 - dans cette recherche, les idées déjà trouvées aident beaucoup plus qu'ailleurs à en trouver de nouvelles (φ plus élevé).
- Le résultat de Davidson et al. tient à l'hypothèse de tâches substituables. Avec $Y = K^{1/3}L^{2/3}$ (séance 2), multiplier les machines par 1 000 multiplie la production par 10, sans un travailleur de plus. Ce que l'IA fait sans limite suffit à faire croître la production sans limite.

Si les tâches se complètent, les maillons faibles freinent la croissance

- Jones et Tonetti (2026) supposent des tâches complémentaires : les tâches hors de portée de l'IA, les **maillons faibles** (*weak links*), limitent toute la production.
- Une fois une tâche automatisée, l'accélérer encore ne rapporte presque plus rien, comme dans l'exemple du mémoire de M2.
- Résultat : les gains ne viennent plus que de l'automatisation de nouvelles tâches, et la croissance n'accélère que lentement. En 2040, la production ne dépasserait que de 4 % celle obtenue au rythme de croissance passé.
- Davidson et al. (2026) et Jones et Tonetti (2026) s'opposent sur la nature des tâches, pas sur l'IA. Personne ne sait encore ce qui restera hors de portée de l'IA.
- Les estimations divergent aussi : sur dix ans, l'IA ajouterait à la croissance de la PGF entre 0,07 point par an (Acemoglu, 2024) et 0,7 point (Aghion et Bunel, 2024).

Bilan de la séance

- **Le modèle AK obtient une croissance endogène en écartant le travail non qualifié** : seuls le capital et la qualification, qui s'accumulent, produisent. Mais le travail non qualifié produit aussi. Or, avec lui, on retrouve des rendements décroissants : il faut donc une autre source de croissance.
- **La croissance vient d'idées nouvelles.** Une idée sert à tous sans s'user : elle échappe aux rendements décroissants. L'inventeur vit de la rente du brevet.
- **Chaque innovation remplace la précédente.** La rente de l'innovateur ne dure pas, et le marché innove trop peu.
- **Les idées sont de plus en plus difficiles à trouver.** Sur le long terme, la croissance ne dépend plus que de celle de la population : elle va ralentir.
- **L'IA pourrait faire progresser la recherche sans chercheurs supplémentaires.** La croissance s'accélérerait vite si les tâches confiées à l'IA remplacent celles des humains, lentement si elles se complètent : la question reste ouverte.